

Uma técnica numericamente eficiente para o registro de seções seriadas

ULISSES DE MENDONÇA BRAGA NETO¹

ROBERTO DE ALENCAR LOTUFO²

Grupo de Computação de Imagens
Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial
Faculdade de Engenharia Elétrica
C.P. 6101, Unicamp
13081 - Campinas - SP

¹e-mail : ulisses@dca.fee.unicamp.br

²e-mail : lotufo@dca.fee.unicamp.br

Abstract. The three-dimensional reconstruction from serial sections is the process which enables the volumetric visualization and analysis of objects from the real world. In many cases, one must consider at first the registration problem between the serial sections. In this work we present a least-squares registration technique based on labelled points. The main advantage of the technique proposed is its numerical simplicity and stability, consisting only of matrix multiplications and a one-dimensional oriented search strategy. Experimental results which demonstrate the efficiency of the proposed method are presented. Comparative results between our approach and a previous work are also included.

1 Introdução

A reconstrução tridimensional de seções seriadas é o processo pelo qual se obtém um modelo tridimensional a partir de imagens 2D consecutivas que representam seções paralelas de um objeto do mundo real. Este processo possibilita a visualização volumétrica e análise do modelo reconstruído [9, 2].

Em muitos casos práticos, é necessário resolver em primeiro lugar o problema de registro, que consiste na determinação das transformações de translação, rotação e escala necessárias ao alinhamento entre as seções.

Na literatura, encontramos várias abordagens para o problema do registro. Cygansky e Orr [3] e Faber e Stokely [5] utilizaram a teoria de momentos tensoriais para encontrar as transformações de registro. Esta teoria se aplica porém a problemas que envolvem apenas rotação e escala, isto é, transformações afins. Dudani et al [4] tentaram resolver o problema utilizando os eixos principais das seções do objeto. Este método produz bons resultados quando as seções são idênticas a menos, mais uma vez, de uma transformação afim.

Abordagens mais gerais que estas usualmente se baseiam na determinação das transformações de registro a partir de um conjunto de *pontos rotulados*, utilizando um critério de mínimos quadrados, como os trabalhos de Merickel [7] e Arun et al [1].

No presente trabalho propomos um novo método de registro baseado em pontos rotulados e no critério de mínimos quadrados, que possui a vantagem de não utilizar técnicas computacionalmente caras, tais como decomposição de valor singular [1] ou inversão numérica de matrizes [7]. Trata-se de uma técnica combinada de minimização associada a uma estratégia de busca orientada. Os erros numéricos introduzidos são desta forma reduzidos. Utilizando imagens sintéticas e reais, uma comparação com o método proposto por Merickel [7] é apresentada. Os resultados obtidos confirmam a superioridade de nosso método.

Vale ressaltar ainda que neste trabalho utilizamos conjuntos de pontos rotulados bidimensionais, já que nossa principal aplicação é a reconstrução a partir de seções seriadas. No entanto, a técnica apresentada é facilmente estendida para o problema de registro tridimensional, bastando para isto fazer uma modificação no processo de busca orientada, a qual passa a ser bidimensional.

2 Descrição do problema

O objetivo básico de um método de registro é encontrar o conjunto de transformações geométricas necessárias para registrar uma *seção corrente* com uma *seção mestre*, a qual é a seção de referência (fixa). Note-se que esta atribuição é dinâmica, isto é, a

seção corrente de uma passagem do algoritmo pode se tornar, após registrada, a seção mestre da passagem seguinte (alternativamente, pode se fixar uma das seções, por exemplo a primeira, como a seção mestre de todo o processo de reconstrução). O conjunto de transformações pode ser aglutinado em uma só transformação chamada *transformação de registro*.

Uma vasta classe de técnicas utiliza pontos rotulados para se encontrar os parâmetros da transformação de registro. Estes pontos rotulados podem ser obtidos por métodos automáticos, utilizando técnicas de reconhecimento de padrões, ou de maneira manual, onde um operador seleciona visualmente pontos de referência fixos entre as seções consecutivas, levando assim a uma técnica semi-automática.

Os pontos rotulados correspondentes à seção mestre e à seção corrente são chamados *pontos mestres* e *pontos correntes*, respectivamente (Ver fig. 1).

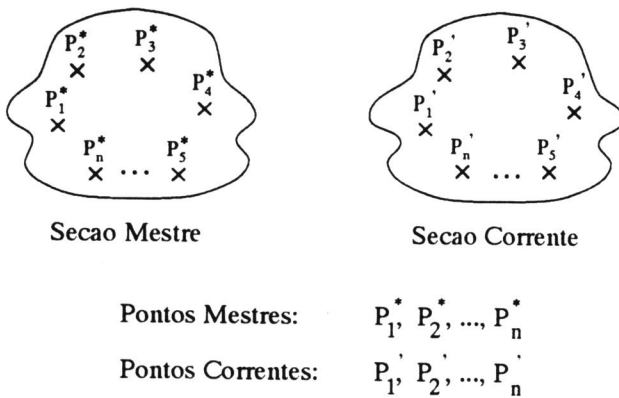


Figura 1: Seções Mestre e Corrente e respectivos pontos rotulados

As transformações geométricas usualmente requeridas são escala, rotação e translação. Portanto, o algoritmo deve, em geral, produzir cinco parâmetros como saída:

- Escala: s_x, s_y
- Rotação: θ
- Translação: t_x, t_y

Observe que a ordem em que as transformações acima são aplicadas é relevante, pois nem a escala nem a rotação comutam com a translação, apesar de comutarem entre si. (Neste trabalho, a ordem assumida é a indicada acima).

3 O método proposto

Nesta seção descreveremos a técnica desenvolvida para se determinar as transformações de escala, rotação

e translação necessárias para o registro das seções seriadas a partir dos pontos rotulados.

Alguns algoritmos encontram diretamente os parâmetros das transformações, como é o caso do método apresentado por Merickel em [7]. A técnica apresentada neste trabalho adota uma abordagem diferente: primeiro são determinados os *pontos solução* que se ajustam da melhor maneira possível (segundo o critério de mínimos quadrados) aos pontos mestres, e a partir daí são encontrados os parâmetros de translação e rotação que levam dos pontos correntes aos pontos solução (Os pontos solução são determinados de forma que se possa mapear exatamente sobre eles os pontos correntes).

A transformação de escala é tratada à parte. A depender da aplicação e do tipo de imagem, duas opções são possíveis: os parâmetros de escala podem ser determinados a priori em uma etapa de pré-processamento ou podem ser calculados a partir dos pontos rotulados (Ver seção 3.1.2).

Resumindo, concluímos que o problema a ser atacado neste trabalho pode ser resumido como:

- Determinar a transformação de escala existente entre as seções mestre e corrente.
- Encontrar, usando o critério de mínimos quadrados, os pontos solução

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$$

a partir dos pontos mestres

$$(x_1^*, y_1^*), (x_2^*, y_2^*), \dots, (x_n^*, y_n^*)$$

e dos pontos correntes

$$(x_1', y_1'), (x_2', y_2'), \dots, (x_n', y_n')$$

- Encontrar o conjunto de parâmetros que definem as transformações de rotação e translação (nesta ordem) capazes de mapear os pontos correntes sobre os pontos solução.

A seguir, descreveremos cada uma das etapas acima.

3.1 Obtenção da escala

As mudanças de escala existentes entre as seções de um objeto são normalmente produto de um processo de aquisição mal realizado, ou ainda problemas com o hardware de digitalização, como por exemplo scanners e câmeras.

Entretanto, mesmo se dispendo de excelente equipamento e realizando uma aquisição cuidadosamente controlada, pequenas variações de magnificação

entre as seções são comuns, tornando assim necessário encontrar a transformação de escala necessária ao registro das seções consecutivas.

Neste trabalho são propostas duas metodologias para resolver o problema de escala. A primeira delas utiliza os pontos rotulados enquanto que a segunda pode ser vista como uma etapa de pré-processamento, sendo a transformação de escala obtida e aplicada anteriormente à geração dos pontos rotulados.

3.1.1 Obtenção da escala a partir dos pontos rotulados

Esta técnica baseia-se na comparação entre os comprimentos médios dos segmentos formados pelos pontos rotulados nas seções mestre e corrente.

O cálculo dos comprimentos médios é separado em relação às componentes x e y:

$$c_x = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |x'_i - x'_j| \quad (1)$$

$$c_y = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |y'_i - y'_j| \quad (2)$$

$$m_x = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |x^*_i - x^*_j| \quad (3)$$

$$m_y = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |y^*_i - y^*_j| \quad (4)$$

Desta forma, é possível determinar os parâmetros de escala como:

$$s_x = \frac{m_x}{c_x} \quad (5)$$

$$s_y = \frac{m_y}{c_y} \quad (6)$$

3.1.2 A transformação de escala como etapa de pré-processamento

Em algumas aplicações é possível e conveniente se aplicar a transformação de escala anteriormente à obtenção dos pontos rotulados, isto é, em uma etapa de pré-processamento.

Considere-se por exemplo a fig. 2, que apresenta os contornos preenchidos de duas seções consecutivas obtidas na digitalização de um modelo de gesso (Note as marcas fiduciais introduzidas, que são utilizadas em uma etapa posterior para a obtenção dos pontos rotulados).

O fato das seções serem aproximadamente circulares torna razoável a suposição de que a variação de magnificação introduzida pelo hardware foi uniforme, isto é, $s_x = s_y = s$. A idéia é então obter

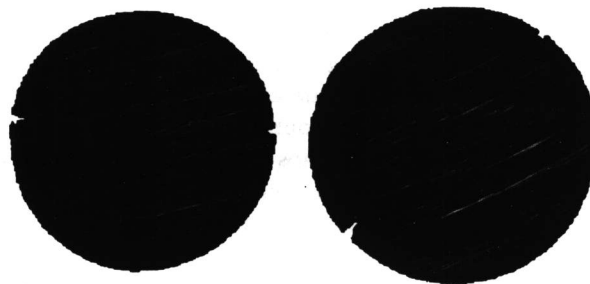


Figura 2: Contornos preenchidos de duas seções consecutivas de um modelo de gesso

uma correlação entre o parâmetro global de escala s e as áreas das seções.

Não podemos relacionar contudo s com as áreas diretamente, pois se tratam de parâmetros de dimensionalidades distintas: o primeiro é linear, enquanto que as últimas são quadráticas. Temos que procurar portanto um atributo para as seções que seja linear.

A solução adotada foi tomar os raios médios das seções, os quais podem ser definidos em função das áreas como:

$$A_m = \pi r_m^2 \implies r_m = \sqrt{\frac{A_m}{\pi}} \quad (7)$$

$$A_c = \pi r_c^2 \implies r_c = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}} \quad (8)$$

Desta forma, obtemos o parâmetro global s como:

$$s = \frac{r_m}{r_c} = \sqrt{\frac{A_m}{A_c}} \quad (9)$$

Vale ressaltar que modificações podem ser feitas de forma a aplicar a mesma idéia a contornos não circulares. Por exemplo, para contornos em forma de elipse, pode-se estimar os eixos médios em função das áreas e a partir daí se determinar os parâmetros s_x e s_y .

3.2 Obtenção das transformações de rotação e translação

Procuraremos formular o problema de mínimos quadrados no contexto da programação quadrática. Para isso, necessita-se de uma função custo e de um conjunto de restrições.

A função custo para o caso do método de mínimos quadrados é simplesmente a soma das distâncias ao quadrado entre os pontos solução e os pontos mestres:

$$(x_1 - x_1^*)^2 + (x_2 - x_2^*)^2 + \dots + (x_n - x_n^*)^2 + (y_1 - y_1^*)^2 + (y_2 - y_2^*)^2 + \dots + (y_n - y_n^*)^2 \quad (10)$$

O conjunto de restrições a que os pontos solução devem obedecer diz respeito à *geometria* dos pontos correntes, já que se deseja que estes possam ser mapeados exatamente sobre os pontos solução.

Para que possamos obter uma solução em forma fechada é preciso que seja especificado um conjunto de restrições lineares, resultando em um sistema de equações lineares após a aplicação das condições de primeira ordem, conforme será visto mais adiante.

Um tal conjunto de restrições lineares pode ser obtido se desvincularmos a rotação da translação. Neste caso, a descrição da geometria dos pontos correntes não precisa envolver comprimentos ou ângulos, mas apenas *vetores*.

Da discussão acima, concluímos que um conjunto de restrições apropriado é aquele que especifica os vetores $\overrightarrow{P_1P_2}$, $\overrightarrow{P_1P_3}$, ..., $\overrightarrow{P_1P_n}$, constituindo uma especificação de geometria invariante à translação:

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \alpha_1 \\ x_3 - x_1 &= \alpha_2 \\ &\dots \\ x_n - x_1 &= \alpha_{n-1} \\ y_2 - y_1 &= \beta_1 \\ y_3 - y_1 &= \beta_2 \\ &\dots \\ y_n - y_1 &= \beta_{n-1} \end{aligned} \quad (11)$$

A rotação está embutida nos parâmetros $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ e $\beta_1, \dots, \beta_{n-1}$. O cálculo destes parâmetros será descrito posteriormente.

Para fins de simplicidade na obtenção da solução do problema de programação quadrática, é conveniente introduzir a seguinte mudança de variáveis:

$$w_{xi} = x_i - x_i^* \quad i = 1, \dots, n \quad (12)$$

$$w_{yi} = y_i - y_i^* \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

O problema de programação quadrática pode ser reescrito então da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n w_{xi}^2 + \sum_{i=1}^n w_{yi}^2 \\ \text{s. a.} \quad & w_{x2} - w_{x1} = \alpha_1 - (x_2^* - x_1^*) \\ & w_{x3} - w_{x1} = \alpha_2 - (x_3^* - x_1^*) \\ & \dots \\ & w_{xn} - w_{x1} = \alpha_{n-1} - (x_n^* - x_1^*) \\ & w_{y2} - w_{y1} = \beta_1 - (y_2^* - y_1^*) \\ & w_{y3} - w_{y1} = \beta_2 - (y_3^* - y_1^*) \\ & \dots \\ & w_{yn} - w_{y1} = \beta_{n-1} - (y_n^* - y_1^*) \end{aligned} \quad (14)$$

Note-se que o problema acima contém n variáveis e $2(n-1)$ restrições.

Observe que na formulação (14) acima o vetor solução fornece uma medida direta do resíduo ou erro associado à minimização, em contraste com a formulação anterior à mudança de variáveis. Além disso, a formulação (14) permite também colocar o problema na forma matricial padrão:

$$\min \quad \frac{1}{2} \mathbf{W}^T \mathbf{Q} \mathbf{W} \quad (15)$$

$$\text{s. a.} \quad \mathbf{A} \mathbf{W} = \mathbf{b}$$

onde:

$$\mathbf{Q} = 2\mathbf{I}_{2n \times 2n} \quad (16)$$

$$\mathbf{A}_{2(n-1) \times 2n} = \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{n-1 \times n} & \mathbf{0}_{n-1 \times n} \\ \mathbf{0}_{n-1 \times n} & \mathbf{N}_{n-1 \times n} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\mathbf{W} = [w_{x1} \quad \dots \quad w_{xn} \quad w_{y1} \quad \dots \quad w_{yn}]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{b} = [b_{x1} \quad \dots \quad b_{xn-1} \quad b_{y1} \quad \dots \quad b_{yn-1}]^T \quad (19)$$

com:

$$N_{ij} = \begin{cases} -1, & j = 1 \\ 1, & i \neq 1 \text{ e } i = j - 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (20)$$

para $i = 1, \dots, n-1$ e $j = 1, \dots, n$.

$$b_{xi} = \alpha_i + (x_{i+1}^* - x_1^*) \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (21)$$

$$b_{yi} = \beta_i + (y_{i+1}^* - y_1^*) \quad i = 1, \dots, n-1 \quad (22)$$

O problema descrito por (15) pode ser resolvido utilizando-se o método da mínima norma [8], ou, alternativamente, pode-se aplicar as condições necessárias de Lagrange e resolver o sistema linear resultante [6]. Neste trabalho empregaremos a segunda opção.

Usando as condições necessárias de Lagrange, obtém-se o seguinte sistema linear:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} \mathbf{W} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\mu} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{A} \mathbf{W} - \mathbf{b} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (23)$$

onde $\boldsymbol{\mu}$ é o vetor de multiplicadores de Lagrange.

Mostra-se [6] que, se \mathbf{Q} é uma matriz $n \times n$ positiva-definida no sub-espaço $\Pi = \{ \mathbf{W} \mid \mathbf{A} \mathbf{W} = \mathbf{0} \}$ e \mathbf{A} tem posto m , sendo \mathbf{A} uma matriz $m \times n$, então a matriz

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \\ \mathbf{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

é não-singular.

No nosso caso, \mathbf{Q} é uma matriz $2n \times 2n$ positiva definida em todo o espaço \mathbb{R}^{2n} , pois é múltipla positiva da identidade; \mathbf{A} é uma matriz $2(n-1) \times 2n$ de

posto $2(n - 1)$ (basta verificar que os vetores-linha de \mathbf{A} são linearmente independentes). Desta forma, está garantido que o sistema (23) possui solução, a qual pode ser obtida algebricamente como:

$$\boldsymbol{\mu} = -\frac{1}{2}(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{b} \quad (24)$$

$$\mathbf{W} = \mathbf{A}^T(\mathbf{A}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{b} \quad (25)$$

Uma questão importante que surge neste momento diz respeito à obtenção da inversa da matriz $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$. A inversão numérica é cara computacionalmente, além de introduzir erro numérico.

Felizmente, devido à forma particular da matriz \mathbf{A} , foi possível determinar a inversa de forma fechada. Assim, o vetor solução \mathbf{W} é dado simplesmente por:

$$\mathbf{W} = \mathbf{M}\mathbf{b} \quad (26)$$

onde:

$$\mathbf{M}_{2n \times 2(n-1)} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \Phi_{n \times n-1} & \mathbf{0}_{n \times n-1} \\ \mathbf{0}_{n \times n-1} & \Phi_{n \times n-1} \end{bmatrix} \quad (27)$$

e a matriz Φ é descrita por:

$$\Phi_{ij} = \begin{cases} -1, & i = 1 \text{ ou } i - 1 \neq j \\ n - 1, & i - 1 = j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (28)$$

para $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, n - 1$.

Observe-se que a matriz \mathbf{M} é *separável*, no sentido de que, ao considerarmos as componentes x e y dos vetores \mathbf{W} e \mathbf{b} separadamente,

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_x \\ \mathbf{W}_y \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_x \\ \mathbf{b}_y \end{bmatrix} \quad (30)$$

teremos:

$$\mathbf{W}_x = \Phi \mathbf{b}_x \quad (31)$$

$$\mathbf{W}_y = \Phi \mathbf{b}_y \quad (32)$$

Este é um fato muito vantajoso computacionalmente, principalmente para problemas que envolvem grande quantidade de pontos rotulados. Além disso, fica evidenciada a simplicidade da abordagem adotada, possivelmente insuspeita a princípio.

Cálculo dos termos de rotação

Os termos $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ e $\beta_1, \dots, \beta_{n-1}$ são os responsáveis por introduzir a rotação no método de registro proposto.

O parâmetro de rotação θ é encontrado de forma iterativa, em um processo de busca orientada. A cada iteração, o problema (15) é resolvido, e a busca segue em direção do menor erro médio quadrático (RMS), que é obtido diretamente a partir do vetor \mathbf{W} :

$$\text{RMS} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{w_{x_i}^2 + w_{y_i}^2} \quad (33)$$

Um fator importante para que a idéia da busca funcione é ter-se um critério de erro quadrático, sendo assim uma função com características muito favoráveis: é suave e não admite mínimos locais.

Os termos de rotação $\alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ e $\beta_1, \dots, \beta_{n-1}$ são portanto calculados para cada passo da busca a partir da geometria dos pontos correntes e do ângulo θ corrente. O sistema de coordenadas pode ser escolhido arbitrariamente; no entanto, é imprescindível que a convenção adotada seja consistente em todos os passos da implementação.

Para simplificar a derivação dos termos de rotação, vamos supor momentaneamente um problema com três pontos rotulados.

Os três pontos correntes da seção a ser registrada podem ser descritos por dois vetores:

$$\vec{v}_1' = (x_2' - x_1', y_2' - y_1') \quad (34)$$

$$\vec{v}_2' = (x_3' - x_1', y_3' - y_1') \quad (35)$$

Esta descrição é invariante à translação, mas não o é em relação à rotação. Aplicando-se uma rotação de um ângulo θ no sentido anti-horário, temos:

$$x_i'' = x_i' \cos \theta - y_i' \sin \theta \quad i = 1, 2, 3. \quad (36)$$

$$y_i'' = x_i' \sin \theta + y_i' \cos \theta \quad i = 1, 2, 3. \quad (37)$$

assim, os vetores após a rotação são (Ver fig. 3):

$$\begin{aligned} \vec{v}_1'' &= (x_2'' - x_1'', y_2'' - y_1'') = \\ &= \begin{bmatrix} (x_2' - x_1') \cos \theta - (y_2' - y_1') \sin \theta \\ (x_2' - x_1') \sin \theta + (y_2' - y_1') \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_2'' &= (x_3'' - x_1'', y_3'' - y_1'') = \\ &= \begin{bmatrix} (x_3' - x_1') \cos \theta - (y_3' - y_1') \sin \theta \\ (x_3' - x_1') \sin \theta + (y_3' - y_1') \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

Desta forma, tem-se:

$$\alpha_1(\theta) = (x_2' - x_1') \cos \theta - (y_2' - y_1') \sin \theta \quad (40)$$

$$\alpha_2(\theta) = (x_3' - x_1') \cos \theta - (y_3' - y_1') \sin \theta \quad (41)$$

$$\beta_1(\theta) = (x_2' - x_1') \sin \theta + (y_2' - y_1') \cos \theta \quad (42)$$

$$\beta_2(\theta) = (x_3' - x_1') \sin \theta - (y_3' - y_1') \cos \theta \quad (43)$$

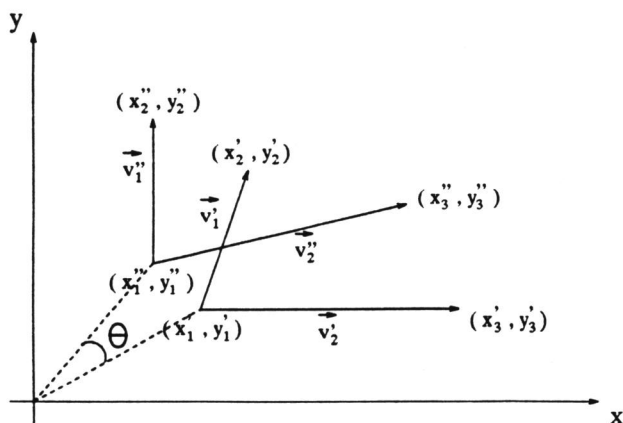


Figura 3: Rotação de um ângulo θ sobre \vec{v}_1' e \vec{v}_2' produzindo \vec{v}_1'' e \vec{v}_2''

A generalização para n pontos rotulados é imediata, obtendo-se desta forma:

$$\alpha_i(\theta) = (x'_{i+1} - x'_1) \cos \theta - (y'_{i+1} - y'_1) \sin \theta \quad (44)$$

$$\beta_i(\theta) = (x'_{i+1} - x'_1) \sin \theta + (y'_{i+1} - y'_1) \cos \theta \quad (45)$$

para $i = 1, \dots, n - 1$.

3.3 Obtenção dos parâmetros de registro

Podemos resumir a obtenção dos cinco parâmetros de registro, descritos nesta seção da seguinte forma:

- Parâmetros de escala s_x e s_y : Obtidos na etapa de processamento descrita na subseção 3.1
- Parâmetro de rotação θ : Obtido diretamente da busca, sendo o ângulo que produz o menor erro médio quadrático, calculado para cada iteração conforme a eq. (33)
- Parâmetros de translação t_x e t_y : São obtidos a partir do parâmetro de rotação e dos pontos solução e correntes. Observe-se que os pontos solução são obtidos como:

$$x_i = x_i'' + w_{xi} \quad i = 1, \dots, n \quad (46)$$

$$y_i = y_i'' + w_{yi} \quad i = 1, \dots, n \quad (47)$$

Tendo os pontos solução e os pontos correntes (e conhecendo-se o ângulo de rotação), é simples determinar a translação introduzida. O problema de minimização (14) garante que a translação é a mesma para cada um dos pontos, portanto os parâmetros podem ser calculados tomando como base, por exemplo, o primeiro ponto:

$$t_x = x_1 - (x'_1 \cos \theta - y'_1 \sin \theta) \quad (48)$$

$$t_y = y_1 - (x'_1 \sin \theta + y'_1 \cos \theta) \quad (49)$$

4 Resultados Experimentais

Nesta seção são apresentados resultados que atestam a efetividade do método de registro proposto neste trabalho, usando tanto imagens sintéticas quanto reais. Simultaneamente, foi feita uma comparação com o método proposto por Merickel [7].

Ambas as técnicas foram implementadas em C e foram integradas ao sistema de processamento de imagens Khoros, versão 1.0, rodando em uma SPARCstation 2. A biblioteca de análise numérica usada para se implementar a inversão de matriz requerida pelo método de Merickel é a conhecida LINPACK, a qual é distribuída (em parte) com o Khoros.

Foram realizados dois experimentos, o primeiro utilizando imagens sintéticas simples e o segundo, um caso prático de reconstrução 3D a partir de seções seriadas obtidas da digitalização de um modelo cilíndrico de gesso.

Em ambos experimentos, o processo utilizado para a obtenção dos pontos rotulados é manual, utilizando-se uma ferramenta interativa implementada pelo primeiro autor e integrada ao Khoros.

4.1 Primeiro experimento: seções sintéticas

No primeiro experimento, foi obtido o resultado do registro de duas seções geradas artificialmente. A primeira é uma imagem sintética simples, um hexágono, enquanto que a segunda foi obtida a partir da primeira introduzindo-se uma transformação de rotação e também *deformando-se* a primeira imagem (Ver fig. 4). Com isso, pretendeu-se modelar uma característica típica da reconstrução de objetos reais, onde as seções normalmente não são idênticas.

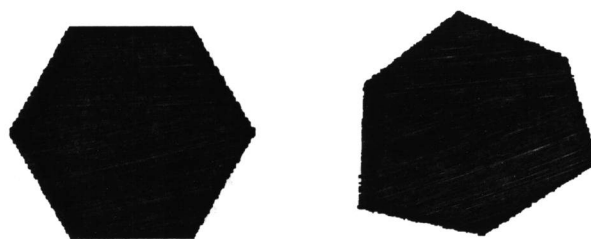


Figura 4: Duas seções consecutivas do modelo usado no primeiro experimento

Neste experimento, os pontos rotulados correspondem aos vértices dos hexágonos. Foram empregados dessa forma de dois até seis pontos.

A transformação de rotação introduzida corresponde a um ângulo $\theta = 20^\circ$. Observe que o parâmetro de rotação a ser encontrado pelo método é negativo, pois o algoritmo tentará determinar a

transformação inversa. Nas tabulações de resultados a seguir, desconsideramos o sinal negativo.

Num pontos	t_x	t_y	θ	RMS
2	-0.86	-17.06	32.9117	1.42466
3	6.39	-7.49	26.2330	5.02885
4	7.93	-5.24	24.9011	5.12179
5	6.58	-1.14	22.8847	6.91792
6	7.99	0.29	23.0705	7.95289

$$RMS_{\text{méd}} = 5.28922$$

Tabela 1: Resultados do primeiro experimento para o método proposto

Num pontos	t_x	t_y	θ	RMS
2	-2.94	-15.38	32.9117	3.01608
3	4.46	-8.10	26.8911	5.36441
4	7.68	-5.26	24.8153	5.13932
5	6.22	-1.16	22.3203	6.91838
6	8.08	0.37	22.7360	7.98433

$$RMS_{\text{méd}} = 5.68450$$

Tabela 2: Resultados do primeiro experimento para o método de Merickel

As fontes de erro no caso deste experimento são o erro do operador ao selecionar manualmente os pontos rotulados e o erro digital correspondente à obtenção da segunda seção. Note que com o acréscimo de pontos ambos os métodos produziram parâmetros de rotação cada vez mais próximos do resultado "ideal" de 20°.

Observamos ainda que o método proposto foi superior ao de Merickel em cada caso e também na média. Destaca-se o caso de dois pontos, onde há uma diferença superior a 100% entre as duas taxas de erro RMS.

4.2 Segundo experimento: seções de um modelo real

Este segundo experimento foi realizado a partir de dados reais, e consiste da etapa de registro no processo de reconstrução volumétrica de um modelo de gesso. Apesar da simplicidade do modelo, esta experiência permite incorporar todas as fontes de erro em um processo de registro real, como por exemplo a não-planaridade e não-uniformidade quanto à escala das seções. Além do critério do RMS, foi adotado também um critério de similaridade, a ser descrito adiante.

Foram adquiridas 32 seções do modelo, sendo que duas delas podem ser vistas na fig. 5. Como pode ser visto na figura, foram feitas duas marcas fiduciais na superfície do modelo. O registro das seções foi obtido utilizando-se de dois até cinco pontos rotulados, que foram selecionados manualmente. Os dois primeiros pontos rotulados correspondem às marcas fiduciais.

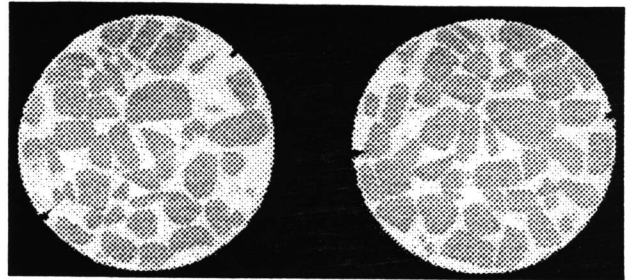


Figura 5: Duas seções consecutivas do modelo usado no terceiro experimento

O procedimento utilizado para obter a uniformidade de escala entre as seções foi aquele descrito na seção 3.1.2, obtendo resultados bastante satisfatórios.

Como no experimento anterior, foi feita a comparação com o método proposto por Merickel. Por conveniência, apresentamos apenas o RMS médio calculado sobre todas as seções do modelo, que pode ser visualizado nas tabelas 3 e 4.

Número de pontos usados no registro	RMS médio
2	0.92193
3	1.97751
4	2.73808
5	2.92715

Tabela 3: Resultados do segundo experimento para o método proposto

Número de pontos usados no registro	RMS médio
2	0.92664
3	2.00743
4	2.78560
5	2.95856

Tabela 4: Resultados do segundo experimento para o método de Merickel

Os resultados indicam que o RMS médio aumentou com o número de pontos rotulados, devido principalmente ao fato de se ter apenas duas marcas fiduciais, isto é, dois pontos confiáveis. Note-se também que o método proposto foi sempre superior ao de Merickel.

Além do critério do RMS acima, foi utilizado um critério de similaridade entre as seções registradas. Este critério utiliza os contornos preenchidos de duas seções consecutivas S_1 e S_2 (Ver fig. 2), e é dado por:

$$\text{SIM} = 100 \times \left(1 - \frac{A(S_1 \oplus S_2)}{A(S_1) + A(S_2)} \right) \quad (50)$$

onde $A(img)$ denota a área da imagem img e o símbolo \oplus denota a operação lógica OU exclusivo (Note que S_1 e S_2 são imagens binárias). O critério SIM é portanto percentual, isto é, 0 significa uma situação de registro nulo e 100 indica uma situação ideal de registro total.

Na tabela 5 listamos o critério SIM médio calculado sobre todos os 31 pares de seções presentes em cada volume registrado.

Número de pontos usados no registro	Critério SIM médio
2	99.1886
3	98.9232
4	98.8266
5	98.7200

Tabela 5: Critério SIM do segundo experimento para o método proposto

Observamos que o registro com dois pontos rotulados apresentou o melhor desempenho. Isto se explica pelo fato de o modelo utilizado conter apenas duas marcas fiduciais, existindo portanto neste experimento apenas dois pontos confiáveis.

5 Conclusão

Uma técnica de registro baseada no critério de mínimos quadrados a partir de pontos rotulados foi apresentada. A transformação de escala (se necessária) pode ser encontrada em uma etapa de pré-processamento ou a partir do próprio conjunto de pontos rotulados. As transformações de rotação e translação são obtidas em uma técnica combinada de minimização e busca orientada.

O principal mérito da técnica apresentada é sua simplicidade e estabilidade numérica, envolvendo tão somente multiplicação de matrizes e uma busca orientada unidimensional. Resultados experimentais que comprovam a eficiência do método proposto foram

apresentados. Uma comparação com a técnica apresentada por Merickel [7] foi feita, demonstrando o melhor desempenho de nosso método.

6 Agradecimentos

O primeiro autor deste trabalho se encontra no programa de mestrado da FEE-Unicamp e gostaria de agradecer ao CNPQ pelo apoio financeiro recebido.

Gostariamos de agradecer aos Prof. Clésio Tozzi e Wu Shin-Ting pela ajuda e pelos comentários feitos, à Olga Bellon pela atenta correção ortográfica, e aos demais colegas do DCA, particularmente do GCI, pelo apoio e incentivo que recebemos.

Referências

- [1] K.S. Arun, T.S. Huang, and S.D. Blostein. Least-squares fitting of two 3-D point sets. *IEEE Transactions on Pat. Anal. Mach. Intel.*, PAMI-9(5):698-700, september 1987.
- [2] Falcão A.X. Volume visualization applied to medicine. Master's thesis, FEE-UNICAMP, Feb 1993. in Portuguese.
- [3] D. Cyganski and J.A. Orr. Applications of tensor theory to object recognition and orientation determination. *IEEE Transactions on Pat. Anal. Mach. Intel.*, PAMI-7(5):662-673, september 1985.
- [4] S.A. Dudani, K.J. Breeding, and R.B. McGhee. Aircraft identification by moments invariants. *IEEE Transactions on Computers*, C-26:39-45, 1977.
- [5] T.L. Faber and E.M. Stokely. Orientation of 3-D structures in medical images. *IEEE Transactions on Pat. Anal. Mach. Intel.*, 10(5):626-633, september 1988.
- [6] David G. Luenberger. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Co, 1984.
- [7] M. Merickel. 3D reconstruction: The registration problem. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 42:206-219, 1991.
- [8] A.L. Peressini, F.E. Sullivan, and J.J. Uhl. *The Mathematics of Nonlinear Programming*. Undergraduate Texts in Mathematics - Springer Verlag, 1988, 1988.
- [9] J.S. Prothero and J.W. Prothero. Three-dimensional reconstruction from serial sections. *Computers and Biomedical Research*, 19:361-373, 1991.